


**КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОРИСА ГРІНЧЕНКА**

**КАФЕДРА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ  
І МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Проректор  
з науково-методичної та  
навчальної роботи

 О. Б. Жильцов  
“ 18 ” 12 20 14 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Диференціальна геометрія і топологія**

Напрямок підготовки 6.040201 «Математика»

Інститут суспільства

2014-2015 навчальний рік

Робоча програма **Диференціальна геометрія і топологія**

для студентів галузі знань 0402 «Фізико-математичні науки», напряму підготовки 6.040201 – «Математика».


Розробник: кандидат педагогічних наук, доцент кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Київського університету імені Бориса Грінченка Радченко Сергій Петрович \_\_\_\_\_

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій і математичних дисциплін Інституту суспільства

Протокол від « 17 » грудня 2014 року № 4\_

Завідувач кафедри

інформаційних технологій і математичних дисциплін \_\_\_\_\_



I. I. Юртин  
(підпис)

*Додано до курсу згідно з робочим навчальним планом, структура програми типова. С.В. (Секоловська С.В.)*

© Радченко С. П., 2014 рік  
© КУБГ, 2014 рік

## Вступ

Однією з необхідних умов організації навчального процесу за кредитно-модульною системою є наявність робочої навчальної програми з кожної дисципліни, виконаної за модульно-рейтинговими засадами і доведеної до відома викладачів та студентів.

Рейтингова система оцінювання (РСО) є невід'ємною складовою робочої навчальної програми і передбачає визначення якості виконаної студентом усіх видів аудиторної та самостійної навчальної роботи та рівня набутих ним знань і вмінь шляхом оцінювання у балах результатів цієї роботи під час поточного, модульного та семестрового контролю, з наступним переведенням оцінки в балах у оцінки за традиційною національною шкалою та шкалою ECTS (European Credit Transfer System).

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Програму розроблено з урахуванням рекомендацій МОН України (лист № 1/9-736 від 06.12.2007 р.) «Про Перелік напрямів (спеціальностей) та їх поєднання з додатковими спеціальностями і спеціалізаціями для підготовки педагогічних працівників за освітньо-кваліфікаційними рівнями бакалавра, спеціаліста, магістра».

Робочу навчальну програму укладено згідно з вимогами кредитно-модульної системи організації навчання. Програма визначає обсяги знань, які повинен опанувати магістрант відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Педагогіка вищої школи», необхідне методичне забезпечення, складові та технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Програма курсу розрахована на вивчення теоретичних основ курсу математики.

**Мета дисципліни** — ознайомити студентів з фундаментальними поняттями диференціальної геометрії і топології.

**Вимоги щодо уявлень, знань та навичок**, які повинні отримати студенти у підсумку навчального процесу, подані відповідно до змісту навчального матеріалу.

**Основні форми організації навчання при вивченні:** курсу є лекції, практичні роботи і самостійне опрацювання змісту програми щодо набуття навичок розв'язування задач з диференціальної геометрії і топології. Протягом вивчення тем передбачається проведення письмового опитування теорії і контрольних робіт по розв'язуванню задач.

**Дисципліна вивчається в обсязі** 216 годин, з них: лекції – 40 годин, практичні заняття – 30 годин, індивідуальна робота — 10 години, проміжний модульний контроль — 10 годин, самостійна робота — 90 годин.

Форма підсумкового контролю: екзамен у IV семестрі.

# СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ “ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ І ТОПОЛОГІЯ ”

## І. ОПИС ПРЕДМЕТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Предмет:** базові поняття алгебри, математичного аналізу та геометрії, необхідні для розуміння курсу диференціальної геометрії і топології.

Курс	Напрямок, освітньо-кваліфікаційний Рівень	Характеристика навчальної дисципліни
<p>Кількість кредитів, відповідних ECTS: 6 кредитів</p> <p>Змістових модулів: 2</p> <p>Загальна кількість годин: 216 год.</p> <p>Тижневих годин 4</p>	<p>Шифр і назва галузі: 0402 Фізико-математичні науки</p> <p>Шифр і назва напрямку: 6.040201 Математика*</p> <p>Освітньо-кваліфікаційний рівень "бакалавр"</p>	<p>Нормативна.</p> <p>Рік підготовки: 2</p> <p>Семестр: 4</p> <p>Аудиторні заняття 80 год., з них:</p> <p>лекції: 40 год.</p> <p>практичні заняття: 30 год.</p> <p>Індивідуальна робота: 10 год.</p> <p>Модульний контроль : 10 год.</p> <p>Самостійна робота: 90 год.</p> <p>Семестровий контроль 36 год.</p> <p>Вид контролю: екзамен за шкалою ECTS та за національною шкалою у IV семестрі</p>

## II. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

№ з/п	Тема занять	Загальна кількість годин	Лекції	Семінари, практичні заняття	Індивідуальні заняття	Модульний контроль	Самостійна робота
<b>Змістовий модуль I. Диференціальна геометрія .</b>							
1	<b>Криві на площині</b>	30	8	6	2	2	12
2	<b>Криві у просторі.</b>	44	6	6	2	2	28
3	<b>Поверхні в евклідовому просторі. Квадратичні форми. Лінії на поверхнях.</b>	30	6	6	2	2	14
	<b>Всього за змістовий модуль 1</b>	<b>104</b>	<b>20</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>54</b>
<b>Змістовий модуль II. Топологія.</b>							
6	<b>Топологічні та метричні простори</b>	26	10	4			12
7	<b>Операції з просторами</b>	28	6	4	2	2	14
8	<b>Компактні простори</b>	22	4	4	2	2	10
	<b>Всього за змістовий модуль 2</b>	<b>76</b>	<b>20</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>36</b>
<b>Всього за 4 семестр</b>		<b>180</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>90</b>
<b>Семестровий контроль</b>		<b>36</b>					<b>36</b>
<b>Разом</b>		<b>216</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>126</b>

### **III. ПРОГРАМА**

#### **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ I. Диференціальна геометрія.**

##### **Лекція 1. Типи відображень. (2 год.)**

Відображення. Типи відображень. Одно-однозначне відображення. Неперервне та диференційоване відображення. Топологічне відображення. Локально топологічне відображення. Відображення кривих та областей.

**Література** [1, с. 9-28]

##### **Практичне заняття 1. Побудова відображень. (2 год.)**

Встановлення різних типів відповідностей між множинами. Дослідження їх властивостей.

**Література** [1, с. 9-28]

##### **Лекція 2. Вектор-функції. (2 год.)**

Вектор-функції. Означення, властивості. Неперервність вектор-функції. Властивості неперервності вектор-функції. Диференційованість вектор-функції. Властивості диференційованості вектор-функції. Годограф.

**Література** [1, с. 28-39]

##### **Практичне заняття 2. Операції з вектор-функціями. (2 год.)**

Встановлення неперервності та диференційованості вектор-функцій. Знаходження похідної вектор-функції. Добутки вектор-функцій. Скалярний, векторний та псевдоскалярний добуток вектор-функцій.

**Література** [1, с. 28-39]

##### **Лекція 3. Поняття кривої. Типи кривих. Гладка крива. Аналітична крива. (2 год.)**

Метод нескінченно малих при вивченні властивостей кривих. Елементарна крива. Проста крива. Плоска крива. Просторова крива. Способи подання кривих. Параметричні рівняння кривих. Аналітична крива.

**Література** [1, с. 29-39, 2, 15-38]

##### **Практичне заняття 3. Криві на площині, задані у різних спосіб. (2 год.)**

Побудова кривих у декартових координатах. Побудова кривих у полярних координатах. Обчислення дотичної до кривих, заданих різними рівняннями.

**Література** [1, с. 29-39, 2, 15-38, 6, с. 12-44]

#### **Лекція 4. Властивості плоских кривих. (2 год.)**

Спрямлювана крива. Визначення, властивості. Дотична до гладкої кривої. Побудова рівняння дотичної кривої, заданої явним рівнянням. Нормаль до гладкої кривої. Обчислення рівняння нормалі кривої, заданої явним рівнянням. Обчислення дотичної та нормалі кривої, заданої неявним рівнянням.

**Література** [1, с. 29-39, 2, 15-38]

#### **Практичне заняття 4. Обчислення параметрів кривої. (2 год.)**

Обчислення довжин дуг кривих. Побудова рівняння нормалі кривої, заданої явним рівнянням. Побудова дотичної та нормалі кривої, заданої неявним рівнянням.

**Література** [1, с. 29-39, 2, 15-38, 6, с. 12-44]

#### **Лекція 5. Кривина плоских кривих. Стичне коло. (2 год.)**

Означення кривини плоскої кривої. Обчислення кривини плоскої кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Дотикання кривих. Стичне коло. Обвідна. Еволюта та евольвента. Їх рівняння.

**Література** [1, с. 28, 35-39]

#### **Лекція 6. Кривина просторових кривих. Скрут. (2 год.)**

Означення кривини просторової кривої. Обчислення кривини просторової кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Скрут просторової кривої. Обчислення скруту просторової кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Геометричний зміст кривини та скруту.

**Література** [1, с. 28, 35-39]

#### **Практичне заняття 5. Криві в околі точок. (2 год.)**

Обчислення кривини плоскої кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Побудова стичного кола. Побудова обвідної, еволюти та евольвенти.

**Література** [1, с. 28, 35-39]

#### **Лекція 7. Дотична, головна нормаль, бінормаль просторової кривої. Рухомий трикутник кривої. Формули Френе (2 год.)**

Дотична, головна нормаль, бінормаль просторової кривої. Спрямлювана, нормальна та стична площини. Рухомий трикутник кривої. Формули Френе.

**Література** [1, с. 28, 40-57]

#### **Практичне заняття 6. Кривина та скрут просторової кривої. (2 год.)**

Обчислення кривини та скруту просторової кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Побудова дотичної, головної нормалі, бінормалі просторової кривої. Формули Френе для деяких типів кривих.

**Література** [1, с. 28, 40-57]

### **Лекція 8. Криволінійні поверхні. Основні властивості. (2 год.)**

Криволінійні поверхні. Криволінійні координати. Елементарна поверхня. Рівняння поверхні. Типи рівнянь. Різноманітні визначення регулярної поверхні, довжина кривої на поверхні. Дотична площина до поверхні в точці. Її зв'язок з нормаллю до поверхні.

**Література** [1, с. 28, 73-87]

### **Практичне заняття 7. Рівняння поверхонь. (2 год.)**

Рівняння криволінійних поверхонь. Типи рівнянь та їх використання для дослідження властивостей поверхонь. Криволінійні координати на прикладах. Різноманітні визначення регулярної поверхні, довжина кривої на поверхні. Дотична площина до поверхні в точці. Її зв'язок з нормаллю до поверхні.

**Література** [1, с. 28, 73-87]

### **Лекція 9. Перша квадратична форма (2 год.)**

Основні задачі про криву на поверхні: довжина дуги кривої; кут між кривими; площа деякої області на поверхні. Внутрішні координати. Диференціал дуги кривої. Квадрат диференціалу дуги кривої. Перша квадратична форма. Геометричний зміст першої квадратичної форми. Внутрішня геометрія поверхні. Ізометричні поверхні.

**Література** [1, с. 28, 108-124]

### **Практичне заняття 8. Перша квадратична форма поверхонь (2 год.)**

Обчислення довжини дуги просторової кривої; обчислення кута між кривими; обчислення площі деякої області на поверхні.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 6, с. 56-78]

### **Лекція 10. Друга квадратична форма. (2 год.)**

Нормальна кривина поверхні. Друга квадратична форма. Обчислення другої квадратичної форми. Головні напрямки та головні кривини поверхні. Формула Ейлера.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 6, с. 56-78]

### **Практичне заняття 9. Друга квадратична форма. (2 год.)**

Обчислення нормальної кривини поверхні. Побудова другої квадратичної форми поверхонь. Обчислення другої квадратичної форми. Головні напрямки та головні кривини поверхні. Формула Ейлера для деяких кривих другого порядку.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 6, с. 56-78]



## **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II Топологія.**

### **Лекція 11. Поняття метричного простору. Властивості метричних просторів. Приклади метричних просторів. (2 год.)**

Поняття метричного простору. Метрика. Метрики у різних метричних просторах. Властивості метричних просторів. Приклади метричних просторів. Неперервність відображень метричних просторів. Гомеоморфізм.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 5-38]

### **Практичне заняття 10. Приклади метричних просторів. (2 год.)**

Поняття метричного простору. Дослідження метрик на конкретних множинах. Метрики у різних метричних просторах. Властивості деяких метричних просторів. Приклади метричних просторів. Неперервність відображень метричних просторів. Гомеоморфізм метричних просторів.

**Література** [1, с. 108-124, 5, с. 35-48]

### **Лекція 12. Відкриті та замкнені множини. (2 год.).**

Відкриті та замкнені множини. Діаграми Ейлера-Венна для ілюстрації поняття відкритої та замкненої множин. Інтервал, відрізок на прямій. Скінченні та нескінченні системи інтервалів. Відкриті та замкнені області в евклідовому просторі. Об'єднання та перетин скінченної кількості відкритих множин.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 35-48]

### **Лекція 13. Поняття топологічного простору (2 год.).**

Поняття топології. Топологічні простори. Порівняння топологій. База топології. Приклади топологічних просторів.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 35-48]

### **Практичне заняття 11. Приклади топологічних просторів. (2 год.).**

Приклади відкритих та замкнених множин. Інтервали та відрізки на прямій. Системи інтервалів. Відкриті та замкнені області в евклідовому просторі. Різні приклади топологій на множинах.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 35-68]

#### **Лекція 14. Відображення просторів. (2 год.)**

Неперервне відображення. Гомеоморфізм. Ізотропія. Топологічні інваріанти. Топологічне ототожнювання. Фактор-простір та фактор-топологія. Склеювання. Простір орбіт. Добуток топологічних просторів.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 45-78]

#### **Практичне заняття 12. Відображення, гомоморфізми, ізоморфізми. (2 год.).**

Відображення. Неперервне відображення. Гомеоморфізм. Ізоморфізм. Топологічні інваріанти. Фактор-простір, фактор-група, фактор-кілеце та фактор-топологія. Склеювання. Простір орбіт. Добуток деяких топологічних просторів.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 45-78]

#### **Лекція 15. Зв'язність топологічних просторів (2 год.).**

Топологічна сума просторів. Зв'язність та лінійна зв'язність топологічних просторів. Диференційовані многовиди. Карта, атлас поверхні.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

#### **Практичне заняття 13. Зв'язність топологічних просторів (2 год.)**

Приклади топологічних сум просторів. Зв'язність та лінійна зв'язність конкретних топологічних просторів. Диференційовані многовиди. Карта, атлас поверхні.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

#### **Лекція 16. Розшарування просторів (2 год.).**

Розшаровані простори. Дотичні простори. Репер. Розшарування. Перетини розшарування. Тензорне Розшарування. Метрика. Зв'язність. Коваріантна похідна. Простір афінної зв'язності. Геодезична крива. Тензор кривини. Тензор скруту. Тензор сегментарної кривини. Простір Рімана.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

#### **Практичне заняття 14. Розшарування просторів (2 год.).**

Розшарування. Метрика. Зв'язність. Коваріантна похідна. Простір афінної зв'язності. Геодезична крива. Тензор кривини. Тензор скруту. Тензор сегментарної кривини. Простір Рімана.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

### **Лекція 17. Простір Рімана – Картана. (2 год.)**

Простір Рімана – Картана. Символи Крістофеля. Об'єкт неголономності. Голономні та неголономні перетворення координат.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

### **Лекція 18. Гомотопії. (2 год.)**

Гомотопії. Гомотопічні групи. Визначення гомотопії. Гомотопічна еквівалентність. Гомотопічні класи. Фундаментальна група. Відносні гомотопічні групи.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

### **Лекція 19. Операції на топологічних просторах (2 год.)**

Ініціальна та фінальна топології. База ініціальної топології. База системи околів точки в ініціальній топології. Фінальна топологія. База фінальної топології.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

### **Лекція 20. Топологічна сума (2 год.)**

Внутрішність і замикання. Діагональна сума відображень. Пряма сума відображень. Відображення в топологічну суму. Підпростір і фактор-простір топологічної суми.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

### **Практичне заняття 15. Операції на топологічних просторах (2 год.)**

Внутрішність і замикання. Діагональна сума відображень. Пряма сума відображень. Відображення в топологічну суму. Підпростір і фактор-простір топологічної суми деяких просторів.

**Література** [1, с. 28, 108-124, 5, с. 145-178]

#### IV. Навчально-методична карта дисципліни

**Разом: 216 год.,** лекції – 40 год., практичні заняття – 30 год., індивідуальна робота – 10 год., самостійна робота – 90 год., підсумковий контроль – 10 год.

**Примітка:** оцінювання результатів самостійної роботи здійснюють у ході письмового опитування теорії та виконання модульної контрольної роботи.

## Семестр 4

Тиждень	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Модуль	Змістовний модуль 1										Змістовний модуль 2									
Назва модуля	Диференціальна геометрія										Топологія									
К-сть балів за модуль	104										76									
Лекції	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Теми лекцій	Типи відображень	Вектор-функції	Поняття кривої. Типи кривих. Гладка крива. Аналітична крива.	Властивості плоских кривих.	Кривина плоских кривих. Слічне коло.	Кривина просторових кривих. Скрут.	Дотична, головна нормаль, біномаль кривої.	Криволінійні поверхні.	Перша квадратична форма	Друга квадратична форма.	Метричні простори.	Відкриті та замкнені множини	Поняття топологічного простору	Відображення просторів	Зв'язність топологічних просторів	Розшарування просторів	Простір Рімана – Карта-на	Гомотопії.	Операції на топологічних просторах	Топологічна сума
Практичні	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10		11		12	13	14		15	
Теми практичних занять	Побудова відображень	Операції з вектор-функціями	Криві на площині, задані у різний спосіб	Обчислення параметрів кривої	Криві в околі точок	Кривина та скрут просторової кривої	Рівняння поверхонь	Перша квадратична форма поверхонь	Друга квадратична форма		Приклади метричних просторів		Приклади метричних просторів		Відображення, гомоморфізми, ізоморфізми	Зв'язність топологічних просторів	Розшарування просторів		Операції на топологічних просторах	
Бали	2	2	12	2	2	2	2	2	3		3		13		2	2	3		3	
МК	25				25			25			25					25				
Розрахункова робота	30																			

## **V. ПЛАНИ Практичних занять**

### **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ I. Диференціальна геометрія.**

#### **Практичне заняття 1. Побудова відображень. (2 год.)**

Встановлення різних типів відповідностей між множинами. Дослідження їх властивостей.

#### **Практичне заняття 2. Операції з вектор-функціями. (2 год.)**

Встановлення неперервності та диференційованості вектор-функцій. Знаходження похідної вектор-функції. Добутки вектор-функцій. Скалярний, векторний та псевдоскалярний добуток вектор-функцій.

#### **Практичне заняття 3. Криві на площині, задані у різний спосіб. (2 год.)**

Побудова кривих у декартових координатах. Побудова кривих у полярних координатах. Обчислення дотичної до кривих, заданих різними рівняннями.

#### **Практичне заняття 4. Обчислення параметрів кривої. (2 год.)**

Обчислення довжин дуг кривих. Побудова рівняння нормалі кривої, заданої явним рівнянням. Побудова дотичної та нормалі кривої, заданої неявним рівнянням.

#### **Практичне заняття 5. Криві в околі точок. (2 год.)**

Обчислення кривини плоскої кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Побудова стичного кола. Побудова обвідної, еволюти та евольвенти.

#### **Практичне заняття 6. Кривина та скрут просторової кривої. (2 год.)**

Обчислення кривини та скруту просторової кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Побудова дотичної, головної нормалі, бінормалі просторової кривої. Формули Френе для деяких типів кривих.

#### **Практичне заняття 7. Рівняння поверхонь. (2 год.)**

Рівняння криволінійних поверхонь. Типи рівнянь та їх використання для дослідження властивостей поверхонь. Криволінійні координати на прикладах. Різноманітні визначення регулярної поверхні, довжина кривої на поверхні. Дотична площа до поверхні в точці. Її зв'язок з нормаллю до поверхні.

#### **Практичне заняття 8. Перша квадратична форма поверхонь (2 год.)**

Обчислення довжини дуги просторової кривої; обчислення кута між кривими; обчислення площі деякої області на поверхні.

#### **Практичне заняття 9. Друга квадратична форма. (2 год.)**

Обчислення нормальної кривини поверхні. Побудова другої квадратичної форми поверхонь. Обчислення другої квадратичної форми. Головні напрямки та головні кривини поверхні. Формула Ейлера для деяких кривих другого порядку.

## **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ II Топологія.**

### **Практичне заняття 10. Приклади метричних просторів. (2 год.)**

Поняття метричного простору. Дослідження метрик на конкретних множинах. Метрики у різних метричних просторах. Властивості деяких метричних просторів. Приклади метричних просторів. Неперервність відображень метричних просторів. Гомеоморфізм метричних просторів.

### **Практичне заняття 11. Приклади топологічних просторів. (2 год.).**

Приклади відкритих та замкнених множин. Інтервали та відрізки на прямій. Системи інтервалів. Відкриті та замкнені області в евклідовому просторі. Різні приклади топологій на множинах.

### **Практичне заняття 12. Відображення, гомоморфізми, ізоморфізми. (2 год.).**

Відображення. Неперервне відображення. Гомеоморфізм. Ізоморфізм. Топологічні інваріанти. Фактор-простір, фактор-група, фактор-кілеце та фактор-топологія. Склеювання. Простір орбіт. Добуток деяких топологічних просторів.

### **Практичне заняття 13. Зв'язність топологічних просторів (2 год.)**

Приклади топологічних сум просторів. Зв'язність та лінійна зв'язність конкретних топологічних просторів. Диференційовані многовиди. Карта, атлас поверхні.

### **Практичне заняття 14. Розшарування просторів (2 год.).**

Розшарування. Метрика. Зв'язність. Коваріантна похідна. Простір афінної зв'язності. Геодезична крива. Тензор кривини. Тензор скруту. Тензор сегментарної кривини. Простір Рімана.

### **Практичне заняття 15. Операції на топологічних просторах (2 год.)**

Внутрішність і замикання. Діагональна сума відображень. Пряма сума відображень. Відображення в топологічну суму. Підпростір і фактор-простір топологічної суми деяких просторів.

**Література [1, 4, 6]**

## VI. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

### ЗМІСТОВІ МОДУЛІ I–II (відповідно ТЕМИ 1–6)

- 1) Опрацювання теоретичного лекційного матеріалу хронометражем (15 хв.) написання розгорнутого конспекту відповіді на питання теоретичного курсу з метою підготовки до:
  - розв’язування задач на практичних заняттях;
  - письмового й усного опитування теорії;
  - відповіді на теоретичне питання на іспиті.
- 2) Розв’язування задач (до 15 хв. на задачу), аналогічних розглянутим на практичних заняттях і щонайменше у такій же кількості з метою підготовки до:
  - написання контрольної роботи по змістовому модулю (темі);
  - розв’язання задачі на іспиті.
- 3) Встановлення логічної структури відповідного змістовному модулю розділу математики та побудова взаємозв’язків між поняттями, властивостями об’єктів та ключовими фактами теорії.

Означення кривини плоскої кривої. Обчислення кривини плоскої кривої, заданої параметричними та неявними рівняннями. Дотикання кривих. Стичне коло.

Відображення. Типи відображень. Одно-однозначне відображення. Неперервне та диференційоване відображення. Топологічне відображення. Локально топологічне відображення. Відображення кривих та областей.

При вивченні змістовного модулю II студенти повинні самостійно повторити ще й такі питання аналітичної геометрії.

Полярна, декартова, циліндрична та сферична системи координат. Параметричні рівняння прямої. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів.

## VII. РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

### (навчальний проект)

**Розрахункова робота** є видом позааудиторної діяльності студента, результати якої використовують у процесі вивчення програмового матеріалу навчальної дисципліни. Завершується виконання Розрахункової роботи прилюдним захистом реферату.

**Розрахункова робота** — це вид науково-дослідної роботи студента, яка містить результати дослідницького пошуку, відображає певний рівень його навчальної компетентності.

**Мета Розрахункової роботи:** самостійне вивчення частини програмового матеріалу, систематизація, узагальнення, закріплення та практичне застосування знань із навчального курсу, удосконалення навичок самостійної навчально-пізнавальної діяльності, підготовка до майбутньої професійної діяльності шляхом набуття навичок створення комп’ютерної технології подання навчального матеріалу.

**Зміст Розрахункової роботи:** студентам пропонують виконати навчально-дослідну роботу у формі реферату на тему: “**Задачі, пов’язані з використанням поняття ...**” (далі вказують назву питання навчальної програми з даного предмету) із додатком у вигляді комп’ютерної презентації та гіпертексту. Зміст задач (кількістю

від 1 до 5) погоджують з викладачем дисципліни перед виконанням Розрахункової роботи.

**Орієнтовна структура Розрахункової роботи** — науково-педагогічного дослідження у вигляді реферату (до 1/2 друкованого аркушу): вступ, основна частина, висновки, додатки (якщо вони є), список використаних джерел.

Титульний аркуш є першою сторінкою реферату і править за основне джерело бібліографічної інформації, необхідної для реєстрації та пошуку документа. Титульний аркуш містить такі дані: назву університету і його відомчу приналежність, назву навчальної дисципліни і тему реферату, відомості про виконавця і викладача, рік написання.

Зміст розташовують безпосередньо після титульного аркуша, починаючи з нової сторінки. До змісту включають:

- перелік умовних позначень, символів, одиниць, скорочень і термінів (якщо є відмінні від усталених);
- вступ;
- послідовно перелічені назви всіх розділів, підрозділів, пунктів і підпунктів реферату, якщо вони мають заголовки;
- висновки;
- список використаної літератури;
- назви додатків (якщо такі є).

У вступі студент визначає коло математичних понять, в яких формулюється постановка задач, розглянутих в ході виконання Розрахункової роботи, та їхні розв'язання, обґрунтовує актуальність таких завдань для розвитку інтелекту учнів (студентів). Виходячи з цього, визначає мету і завдання на дослідження, об'єкт і предмет дослідження.

На консультації викладач повинен роз'яснити студентам, що є об'єктом і предметом в дослідженнях та допомогти у виборі власного предмета дослідження.

В основній частині студент подає для кожної з розглянутих задач:

- умову;
- (математичну) модель та її теоретичні основи, що виходять за межі поглибленого вивчення математики у середній школі;
- алгоритм розв'язання завдання, поданий українською;
- опис тестових завдань для повної перевірки розв'язання.

Результатом роботи за темою Розрахункової роботи є комп'ютерна презентація чи гіпертекст, які відтворюють зміст Розрахункової роботи. Студент у цьому розділі подає:

- опис презентації (розбиття на окремі слайди);
- опис структури гіпертексту;
- опис умов апробації (якщо вона відбулася);
- відгуки на створені презентація та гіпертекст викладачів математики (якщо такі є).

У розділі Висновки подають у формі конкретних пунктів, де студент показує, якою мірою досягнута мета і вирішені завдання дослідження.



Список використаної літератури наводиться у тому порядку, як вона була використана в тексті реферату, з дотриманням вимог стандарту.

Додаток до реферату в електронному форматі містить власне текст звіту, презентацію і гіпертекст. Подання матеріалу має сприяти легкому й швидкому сприйняттю матеріалу.

Критерії оцінювання та шкалу оцінювання подано відповідно у табл. 7.1 і 7.2.

**Таблиця 7.1**

**Критерії оцінювання Розрахункової роботи  
(науково-педагогічного дослідження у вигляді реферату)**

<b>№ п/п</b>	<b>Критерії оцінювання роботи</b>	<b>Максимальна кількість балів за кожним критерієм</b>
1	Узгодженість змісту завдання з курсом диференціальної геометрії і топології	5 балів
2	Доступність словесного подання алгоритму	10 балів
3	Узгодженість авторського розв'язання з начальними програмами з математики	5 балів
4	Дотримання вимог щодо технічного оформлення структурних елементів твердої копії роботи (титульний аркуш, план, вступ, основна частина, висновки, додатки, список використаних джерел)	5 балів
5	Дотримання правил щодо створення презентацій (контрастність, узгодженість кольорів, анімація, що сприяє поданню, а не розсіює увагу)	5 балів
<b>Разом</b>		<b>30 балів</b>

**Таблиця 7.2**

**Шкала оцінювання Розрахункової роботи  
(науково-педагогічного дослідження у вигляді реферату)**

<b>Рівень виконання</b>	<b>Кількість балів, що відпо відає рівню</b>	<b>Оцінка за традиційною си стемою</b>
Високий	26-30	Відмінно
Достатній	21-25	Добре
Середній	16-20	Задовільно
Низький	0-15	Незадовільно

Оцінка з Розрахункової роботи є додатковими балами до набраних згідно з навчально-методичною картою дисципліни, які враховуються при підсумковому оцінюванні навчальних досягнень студентів з навчальної дисципліни.

Студент може набрати максимальну кількість балів за Розрахункову роботу – 30 балів.

## VIII. СИСТЕМА ПОТОЧНОГО І ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

У процесі оцінювання навчальних досягнень магістрантів застосовуються таке:

- *методи усного контролю:* індивідуальне опитування, фронтальне опитування, співбесіда, екзамен;
- *методи письмового контролю:* модульне письмове тестування; письмове опитування теорії, реферат;
- *методи комп'ютерного контролю:* тестові програми (за наявності);
- *методи самоконтролю:* уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

Навчальні досягнення студентів оцінюють за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поопераційної звітності, обов'язковості модульного контролю, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

Контроль успішності студентів з урахуванням поточного і підсумкового оцінювання здійснюється відповідно до навчально-методичної карти (пункт IV), де зазначено види й терміни контролю. Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано таблицями 8.1 і 8.2.

**Таблиця 8.1**

### **Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю**

№ п/п	Вид діяльності	Кількість занять	Кількість рейтингових балів за заняття	Загальна кількість балів
1.	Відвідування лекції	20	1	20
2.	Відвідування практичних занять	15	1	15
3.	Практичні заняття, що оцінюються	2	10	20
4.	Модульний контроль	5	25	125
5.	Розрахункова робота	1	30	30
Підсумковий рейтинговий бал				<b>210</b>

Згідно з розпорядженням ректора № 38 від 16.02.2009 р. «Про введення в дію уніфікованої системи оцінювання навчальних досягнень студентів Університету» виконується переведення підсумкового рейтингового балу до рейтингових показників успішності у європейські оцінки ECTS за допомогою алгоритму:

1) обчислюється коефіцієнт переведення:  $k = \frac{210}{60} = 3,5$ ;

2) отриманий протягом семестру підсумковий рейтинговий бал кожного студента ділиться на коефіцієнт  $k$ .

Розрахунок рейтингових балів за видами поточного (модульного) контролю за навантаженням: 20 лекцій, 15 практичних робіт з екзаменом (за IV семестр).

Таблиця 8.2.1

**Порядок переведення рейтингових показників успішності у європейські оцінки ECTS**

<b>Підсумкова кількість балів (max = 100)</b>	<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>	<b>Оцінка за 4-бальною шкалою</b>
1 – 34	F	«незадовільно» (з обов'язковим повторним курсом)
35 – 59	FX	«незадовільно» (з можливістю повторного складання)
60 – 68	E	«задовільно»
69 – 74	D	
75 – 81	C	«добре»
82 – 89	B	
90 – 100	A	«відмінно»

Таблиця 8.2.2 а)

**Порядок переведення рейтингових показників успішності у європейські оцінки ECTS– іспит**

<b>Підсумкова кількість балів (max – 40)</b>	<b>Оцінка за 4-бальною шкалою</b>	<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>
1 – 13	«незадовільно» (з обов'язковим повторним курсом)	F
14 – 23	«незадовільно» (з можливістю повторного складання)	FX
24 – 26	«задовільно»	E
27 – 29		D
30 – 32	«добре»	C
33 – 35		B
36 – 40	«відмінно»	A

Таблиця 8.2.2 б)

<b>Підсумкова кількість балів (max – 60)</b>	<b>Оцінка за 4-бальною шкалою</b>	<b>Оцінка за шкалою ECTS</b>
1 – 20	«незадовільно» (з обов'язковим повторним курсом)	F

21 – 35	<b>«незадовільно»</b> (з можливістю повторного складання)	FX
36 – 39	<b>«задовільно»</b>	E
40 – 44		D
45 – 49	<b>«добре»</b>	C
50 – 53		B
54 – 60	<b>«відмінно»</b>	A

Загальні критерії оцінювання успішності студентів, які отримали за 4-бальною шкалою оцінки «відмінно», «добре», «задовільно», «незадовільно», подано у табл. 8.3.

**Таблиця 8.3**

**Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень студентів**

<b>Оцінка</b>	<b>Критерії оцінювання</b>
<b>«відмінно»</b>	ставиться за повні та міцні знання матеріалу в заданому обсязі, вміння вільно виконувати практичні завдання, передбачені навчальною програмою; за знання основної та додаткової літератури; за вияв креативності у розумінні і творчому використанні набутих знань та умінь.
<b>«добре»</b>	ставиться за вияв студентом повних, систематичних знань із дисципліни, успішне виконання практичних завдань, засвоєння основної та додаткової літератури, здатність до самостійного поповнення та оновлення знань. Але у відповіді студента наявні незначні помилки.
<b>«задовільно»</b>	ставиться за вияв знання основного навчального матеріалу в обсязі, достатньому для подальшого навчання і майбутньої фахової діяльності, поверхову обізнаність з основною і додатковою літературою, передбаченою навчальною програмою; можливі суттєві помилки у виконанні практичних завдань, але студент спроможний усунути їх із допомогою викладача.
<b>«незадовільно»</b>	виставляється студентові, відповідь якого під час відтворення основного програмового матеріалу поверхова, фрагментарна, що зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення. Таким чином, оцінка «незадовільно» ставиться студентові, який неспроможний до навчання чи виконання фахової діяльності після закінчення ВНЗ без повторного навчання за програмою відповідної дисципліни.

Виконання модульних контрольних робіт здійснюється з доступом до викладу теоретичного матеріалу.

Модульний контроль знань магістрантів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу модуля.

## **IX. МЕТОДИ НАВЧАННЯ**

### **I. Методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності**

#### **1) За джерелом інформації:**

- *Словесні*: лекція (традиційна, проблемна) інколи із застосуванням презентацій PowerPoint, пояснення, розповідь, бесіда.
- *Наочні*: спостереження, ілюстрація, демонстрація.
- *Практичні*: вправи.

**2) За логікою передачі і сприймання навчальної інформації:** індуктивні, дедуктивні, аналітичні, синтетичні.

**3) За ступенем самостійності мислення:** репродуктивні, пошукові, дослідницькі.

**4) За ступенем керування навчальною діяльністю:** під керівництвом викладача; самостійна робота студентів: з книгою; виконання індивідуальних навчальних проєктів.

**II. Методи стимулювання інтересу до навчання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності:** навчальні дискусії; створення ситуації пізнавальної новизни; створення ситуацій зацікавленості (метод цікавих аналогій тощо).

Навчальний матеріал опрацьовується студентами під час лекцій, лабораторних занять, консультацій, індивідуальних занять і самостійно під час:

- опрацювання теоретичного лекційного матеріалу;
- розв'язування задач;
- встановлення логічної структури відповідного розділу математики та невідповідності структури навчальних програм з математики для загальноосвітньої школи логічно послідовному викладу дисципліни.

## **X. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ КУРСУ**

- опорні конспекти лекцій;
- навчальні посібники;
- робоча навчальна програма;
- збірка тестових і контрольних завдань для тематичного (модульного) оцінювання навчальних досягнень студентів;
- завдання для ректорського контролю знань студентів

## **ХІІ. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

### **Основна:**

1. Погорелов А. В. Дифференциальная геометрия. - 6-е изд., стереотип. - М., Наука, 1974. - 176 с.
2. Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. (1989), /Кованцов Н.И., Зражевская Г.М., Кочаровский В.Г., Михайловский В.И. – Киев: Вища школа, 398 с.
3. Ефимов Н.В. Высшая геометрия., М., Издательство «Наука», 1971 г., 576 стр. с илл.
4. И.А. Тайманов. Лекции по дифференциальной геометрии. Второе издание (исправленное и дополненное): Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2006.
5. Милнор Дж., Уоллес А. Дифференциальная топология. Начальный курс. - М., Мир, 1972. - 280 с.
6. Мищенко А. С, Соловьев Ю. П., Фоменко А. Т. Сборник задач по дифференциальной геометрии и топологии: Учеб. пособие для вузов.— 2-е изд., перераб. и доп.—М.: Издательство физико-математической литературы, 2004.—412 с— ISBN 5-94052-078-2.

### **Додаткова:**

9. Мищенко А. С, Фоменко А. Т. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 304 с. — ISBN 5-9221-0442-X. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии.- М.: Наука, 1986.
10. Постников М. М. Лекции по геометрии. Семестр III. Гладкие многообразия: Учеб. пособие для вузов,—М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.—480 с.
11. С.П. Новиков, И.А. Тайманов. Современные геометрические структуры и поля. Москва: Московский центр непр. матем. обучения, 1986. – 264 с.